



11. Übung zur Vorlesung „Geometrische Datenverarbeitung“

Sommersemester 2007

2. Juli 2007

Abgabe: 12.07.2007 in der Übung

Aufgabe 11.1:

(3 Punkte)

Sei P eine Menge von n paarweise verschiedenen Punkten und $p, q, r \in P$ nicht kollineare Punkte. Bezeichne $\Delta(p, q, r)$ das durch p, q, r definierte Dreieck. Beweisen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:

- (a) $\Delta(p, q, r)$ gehört zu $DG(P)$.
- (b) Der Umkreismittelpunkt von $\Delta(p, q, r)$ ist ein Knoten in $VD(P)$.
- (c) Der Umkreis von $\Delta(p, q, r)$ enthält im Inneren keinen weiteren Punkt aus P .

Aufgabe 11.2:

(1 + 2 + 1 Punkte)

Betrachten Sie n Geraden in der Ebene, die sich in allgemeiner Lage befinden, d.h. keine drei Geraden schneiden sich in einem Punkt und keine zwei Geraden sind parallel.

- (a) Zeigen Sie, dass sich die Geraden in $\binom{n}{2}$ Punkten schneiden.
- (b) Zeigen Sie, dass die Geraden die Ebene in $\binom{n+1}{2} + 1$ Gebiete unterteilen.
- (c) Berechnen Sie die Anzahl der Kanten, d.h. der Strecken und der Halbgeraden, auf denen sich kein Schnittpunkt befindet, die sich durch die n Geraden ergeben.

Hinweis: Für (b) verwenden Sie eine Scanline, die von links nach rechts über die Geraden gleitet, als Zählhilfe. Betrachten Sie, wie sich die Anzahl der Gebiete bei Überquerung eines Schnittpunktes verändert. Ohne Einschränkung setzen Sie voraus, dass keine vertikale Gerade vorkommt.