# “Optimale Sortieralgorithmen“

## Gerold Jäger

Ein klassisches Problem in der theoretischen Informatik ist das Problem, $n$ Elemente zu sortieren. Für die Praxis gibt es viele Algorithmen, die asymptotisch optimal sind. Das Problem, einen Algorithmus mit einer (im worst-case) minimalen Anzahl von Vergleichen zu finden, ist überraschenderweise selbst für kleine $n$ noch offen.

Die minimale Anzahl von Vergleichen, die notwendig ist, um $n$ Elemente zu sortieren, bezeichnet man mit $S(n)$. Der triviale Sortier-Algorithmus, bei dem man jedes Element mit jedem anderen vergleicht, liefert eine obere Schranke für $S(n)$ von $\frac{n(n-1)}{2}$. Fast ebenso leicht kann man zeigen, dass $\lceil \log_2 n! \rceil$ eine untere Schranke für $S(n)$ ist.

Als Frage stellt sich: Gibt es $n$, für die die untere Schranke angenommen wird?

Die Antwort lautet: Ja, für $n \leq 11$ und $n = 20, 21$ (Algorithmus von Ford, Johnson, 1959).

Damit ist $S(n)$ für diese Werte bekannt. Deren Algorithmus approximiert aber auch für alle anderen $n$ diese untere Schranke sehr gut. Die weiteren bekannten Werte sind $S(12) = 30$ (Wells, 1971), $S(13) = 34, S(14) = 38, S(22) = 71$ (Peczarski, 2002, 2003), die besagen, dass auch für diese $n$ der Algorithmus von Ford, Johnson optimal ist.

Das interessanteste offene Problem ist sicherlich der Fall $n = 16$, wobei vermutet wird, dass es in diesem Fall einen Algorithmus gibt, der besser als Ford, Johnson ist und der die untere Schranke annimmt.

Wir stellen den Algorithmus von Ford, Johnson vor, beschreiben die Methoden von Wells und Peczarski und zeigen, welche Fortschritte im Fall $n = 16$ bis jetzt erzielt wurden.